

Concursul Regional „Misterele matematicii”

Ediția a XVIII-a, 16.11.2024, Vaslui

CLASA A IV-A

Problema 1

Se dă șirul de numere 1, 8, 15, 22, 29 , ..., 1401.

- a) Câte numere sunt în șir?
- b) Ce număr se află pe poziția 51?
- c) Aflați trei numere consecutive din șir a căror sumă este 423.

Problema 2

Suma a trei numere este 563. Al doilea număr este cu 2 mai mare decât dublul primului număr, iar al treilea este de 2 ori mai mic decât diferența primelor două numere. Aflați numerele.

Problema 3

În urmă cu trei ani, vârsta lui Gabriel era cu 10 ani mai mare decât dublul vârstei lui Radu. Dacă peste 10 ani vârsta lui Gabriel va fi cu 25 de ani mai mare decât vârsta actuală a lui Radu, află vârsta fiecărui băiat peste 6 ani.

Concursul Regional „Misterele matematicii”

Ediția a XVIII-a, 16. 11. 2024, Vaslui

CLASA A V-A

Problema 1

Bogdan a cumpărat de ziua lui, pentru a-și servi colegii, banane și portocale, în valoare de 336 lei. Cantitatea de banane este de două ori și jumătate mai mare decât cea de portocale. Dacă 2 kg de banane și 2 kg de portocale costă 24 lei și prețul unui kilogram de portocale este cu 4 lei mai mic decât prețul unui kilogram de banane aflați greutatea fructelor cumpărate de Bogdan.

Problema 2

Comparați numerele $(2024-n)$ cu a^2 , știind că n verifică $20^{2020}=10^{2000}\cdot 40^{20}\cdot 2^n$, iar numărul $x= 5^{a+2} + 3 \cdot 7^{2a+3} + 3^3 \cdot 5^a + 3^2 \cdot 7^{2a+1} + \overline{75a9}$ se împarte exact la 13.

Problema 3

Fie șirul de numere naturale $n+1, n+2, \dots, n+2023$, unde n este număr natural.

- Arătați că pentru $n=1011$, suma numerelor din șir este pătratul unui număr natural.
- Determinați valorile posibile ale sumei resturilor obținute prin împărțirea la 3 a tuturor numerelor din șirul dat.

Concursul Regional „Misterele matematicii”

Ediția a XVIII-a, 16.11.2024, Vaslui

CLASA A VI-A

Problema 1

Numerele naturale x, y, z satisfac simultan următoarele condiții:

- x și y sunt numere prime;
- $x^2 + y^2 + z(z+1)(z+2) = 522$.

Calculați valoarea produsului $x \cdot y \cdot z$.

Problema 2

Un număr $\overline{abc}$ se numește ”misterios” dacă restul împărțirii lui a la b este 1.

- a) Care este cel mai mare număr ”misterios” divizibil cu 6?
- b) Dacă $a < b$, câte numere ”misterioase” există?
- c) Dacă $a > b$, câte numere ”misterioase” există?

Problema 3

Fie $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD, \angle DOE, \angle EOA$ unghiuri în jurul unui punct O , astfel încât $(OD$ este semidreaptă opusă bisectoarei unghiului $\angle AOB$ și $(OE$ este semidreaptă opusă bisectoarei unghiului $\angle BOC$.

- a) Dacă $m(\angle AOE) = 90^\circ$ și $m(\angle COD) = 60^\circ$, atunci demonstrați că $(\angle DOE)$ este ascuțit și că unghiul dintre bisectoarele unghiurilor AOB și BOC este de 70° .
- b) Dacă $m(\angle DOE) = 2 \cdot m(\angle COD) - 3 \cdot m(\angle EOA)$ atunci $3 \cdot m(\angle AOD) = 2 \cdot m(\angle COE)$.

Concursul Regional „Misterele matematicii”

Ediția a XVIII-a, 16.11.2024, Vaslui

CLASA A VII-A

Problema 1

a) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația:

$$xy^2 + 2023y^2 = 2024$$

b) Determinați numerele de forma $\overline{abc}$ știind că $\frac{a+b}{1} = \frac{b+c}{4} = \frac{c+a}{5}$.

Problema 2

Se dau numerele naturale nenule x și y astfel încât $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2024}$.

a) Determinați mulțimea: $A = \left\{ x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{xy}{x^2 + xy} \in \mathbb{N} \right\}$.

b) Arătați că numărul $a = \sqrt{\left(\frac{x}{4} - 506\right) \cdot \left(\frac{y}{4} - 506\right)}$ este natural.

Problema 3

Dreptele AB și CD sunt concurente în O și $m\angle AOC = 45^\circ$. Dacă $AB \perp BD$, $AC \perp CD$ și notăm cu M , N , P mijloacele segmentelor (AO) , (OD) și respectiv (BC) , demonstrați că $\triangle MNP$ este dreptunghic isoscel.